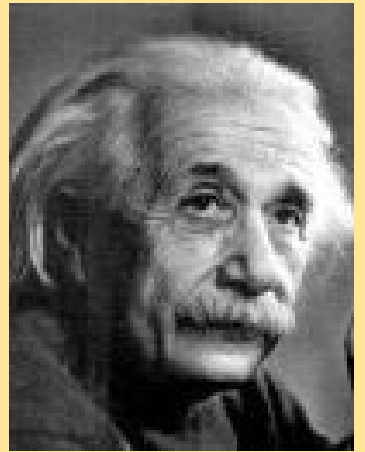


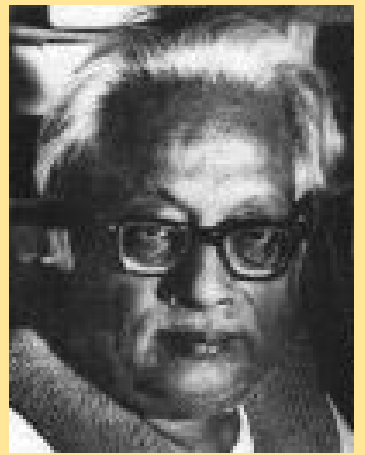
# EINSTEIN IN DER FALLE

Oder: Was ist eigentlich Bose-Einstein Kondensation ?

AG Theoretische Physik III

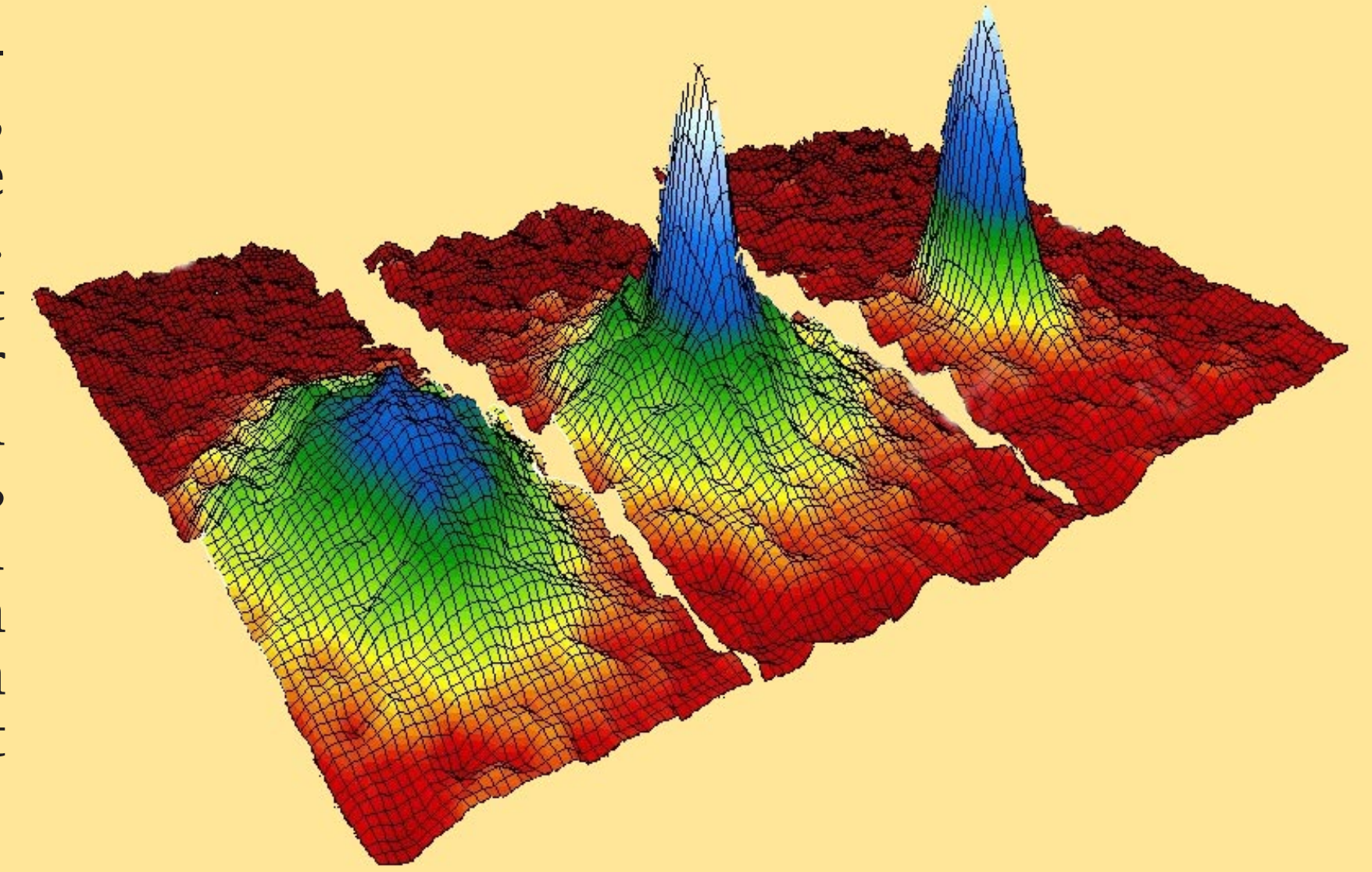


A. Einstein

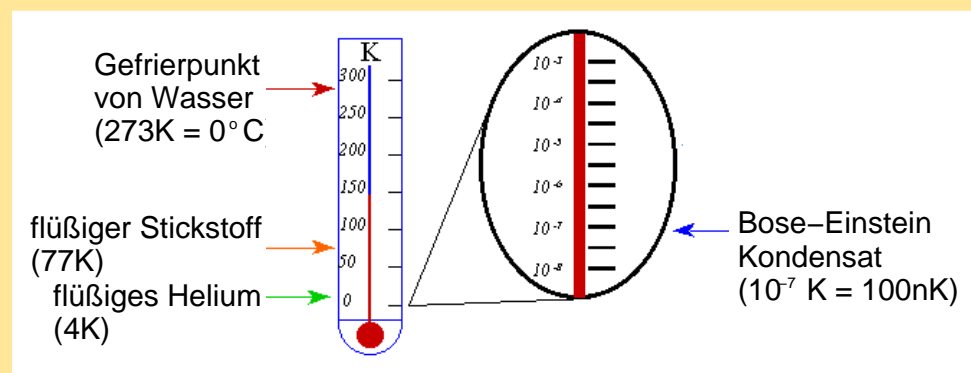


S. N. Bose

Im Frühjahr 1995 beendete ein von amerikanischen Physikern in der Zeitschrift "Nature" veröffentlichter Artikel einen jahrelangen Wettlauf um die Erzeugung des ersten atomaren Bose-Einstein-Kondensats. Einer Forschungsgruppe aus Boulder (Colorado / USA) war es gelungen, in einer neuartigen Falle für neutrale Teilchen etwa zweitausend <sup>87</sup>Rubidium Atome auf einige hundert Nanokelvin - also extrem nah am absoluten Nullpunkt bei -273°C - herunterzukühlen. Bei solchen tiefen Temperaturen und entsprechendem Druck kann ein bereits 1925 von Albert Einstein auf Grundlage eines Briefwechsels mit dem indischen Physiker Satyendrah Nath Bose für ein ideales Gas vorhergesagter Effekt eintreten: Identische Teilchen mit ganzzahligem Gesamtspin (sogenannte Bosonen) kondensieren in einen gemeinsamen Quantenzustand. Das bedeutet, daß jedes Teilchen dieselben physikalischen Eigenschaften besitzt, insbesondere identische Orte und Geschwindigkeiten. Möglich wurde dieser Erfolg der amerikanischen Physiker durch die großen Fortschritte auf dem Gebiet der Manipulation von Atomen mit Hilfe von Lasern. 1997 erhielten Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji und William D. Phillips für ihre Leistungen auf diesem Gebiet den Nobelpreis.



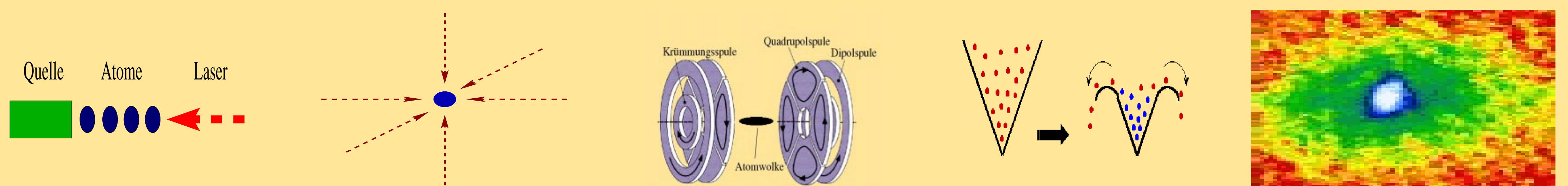
## Kalt ? Kälter !



Bei der Bose-Einstein Kondensation handelt es sich um einen sogenannten Phasenübergang, dessen Übergangstemperatur für Atome im Bereich einiger hundert Nanokelvin liegt.

Diese ultratiefen Temperaturen können erst seit wenigen Jahren mit Hilfe von **Laserkühlung** und **Verdampfungskühlung** in magnetooptischen Fallen erzeugt werden. Da die technischen Möglichkeiten vorher nicht vorhanden waren, dauerte es 70 Jahre bis Einsteins Prognose verifiziert werden konnte.

## In 30 Sekunden zum Bose-Einstein Kondensat



Die Atome kommen aus einer Quelle und werden mit einem ihnen entgegengerichteten Laserstrahl von einigen 100K auf etwa 1K abgekühlt. Das ist möglich, da sie - wenn die Farbe/Wellenlänge des Lasers richtig gewählt ist - das Licht des Lasers absorbieren und emittieren können und dadurch eine Kraft spüren.

Im 2. Schritt werden die vorgekühlten Atome in einem sogenannten optischen Sirup gefangen, d.h. sie werden aus sechs Richtungen gleichzeitig bestrahlt und spüren daher in jeder Bewegungsrichtung eine entgegengesetzte Kraft, die sie weiter abbremst. Mit dieser Technik erreicht man etwa 1 Millikelvin.

Durch ein Magnetfeld werden die Atome in einer Wolke zusammengehalten. Die Grafik zeigt den Aufbau der sogenannten Kleeblatt-Falle, der sich in ähnlicher Weise in den aktuellen Experimenten durchgesetzt hat. Erfunden wurde dieser Typ am MIT. Mit Hilfe von Mikrowellen können die wärmsten Atome aus der Falle entfernt werden. Da wenige warme Atome den größten Teil der Energie in der Wolke besitzen, reduziert sich durch ihre Entfernung die Temperatur des Gesamtsystems um etwa 10 mal mehr als wenn alle Teilchen gleich warm wären.

## Durch Wiederholung zum Ziel

Besonders interessant ist es thermodynamische Eigenschaften eines Bose-Einstein Kondensats zu untersuchen. Wir haben ausgehend von der 'kanonischen Zustandssumme Z' eine Rekursionsformel entwickelt, mit der man ausrechnen kann wieviele Atome sich bei einer festen Temperatur in einem bestimmten Zustand befinden. Die Zahl, die man damit erhält, nennen wir  $\eta_i$ .

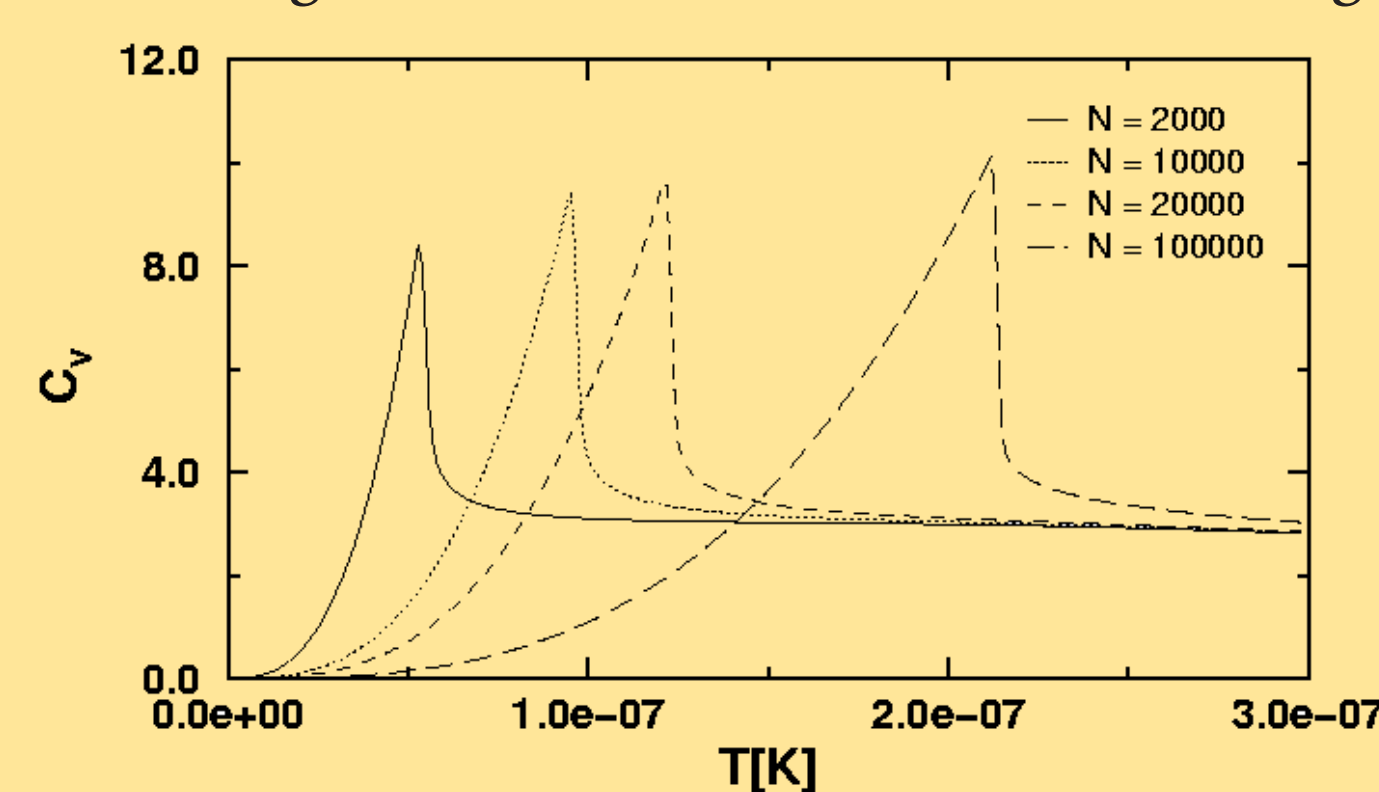
$$\eta_i(N+1, \beta) = \frac{Z_N(\beta)}{Z_{N+1}(\beta)} \exp(-\beta \epsilon_i) (\eta_i(N, \beta) + 1)$$

N ist dabei die Anzahl der Atome,  $\beta$  entspricht dem Inversen der Temperatur und die  $\epsilon_i$  stehen für die einzelnen Energieniveaus der Falle.

Mit etwas mehr Mathematik kann man hieraus relativ leicht Größen wie beispielsweise die spezifische Wärme  $C_V$ , d.h. die Energie, die notwendig ist, um die Temperatur des Systems um ein Kelvin zu erhöhen, berechnen.

Diese hat an der Übergangstemperatur  $T_C$  ein Maximum und ist somit ideal geeignet, um diesen Wert zu finden. Das ist auch für die Experimentalphysiker wichtig, da sie anhand solcher Rechnung abschätzen können in welcher Region sie nach den gesuchten Effekten suchen müssen.

Die Grafik zeigt die spezifische Wärme für verschiedene Teilchenzahlen in der JILA TOP Falle, der ersten Falle in der ein Bose-Einstein Kondensat erzeugt wurde. Der scharfe Peak markiert jeweils die Übergangstemperatur und man sieht deutlich, daß sie mit steigender Teilchenzahl ebenfalls ansteigt.



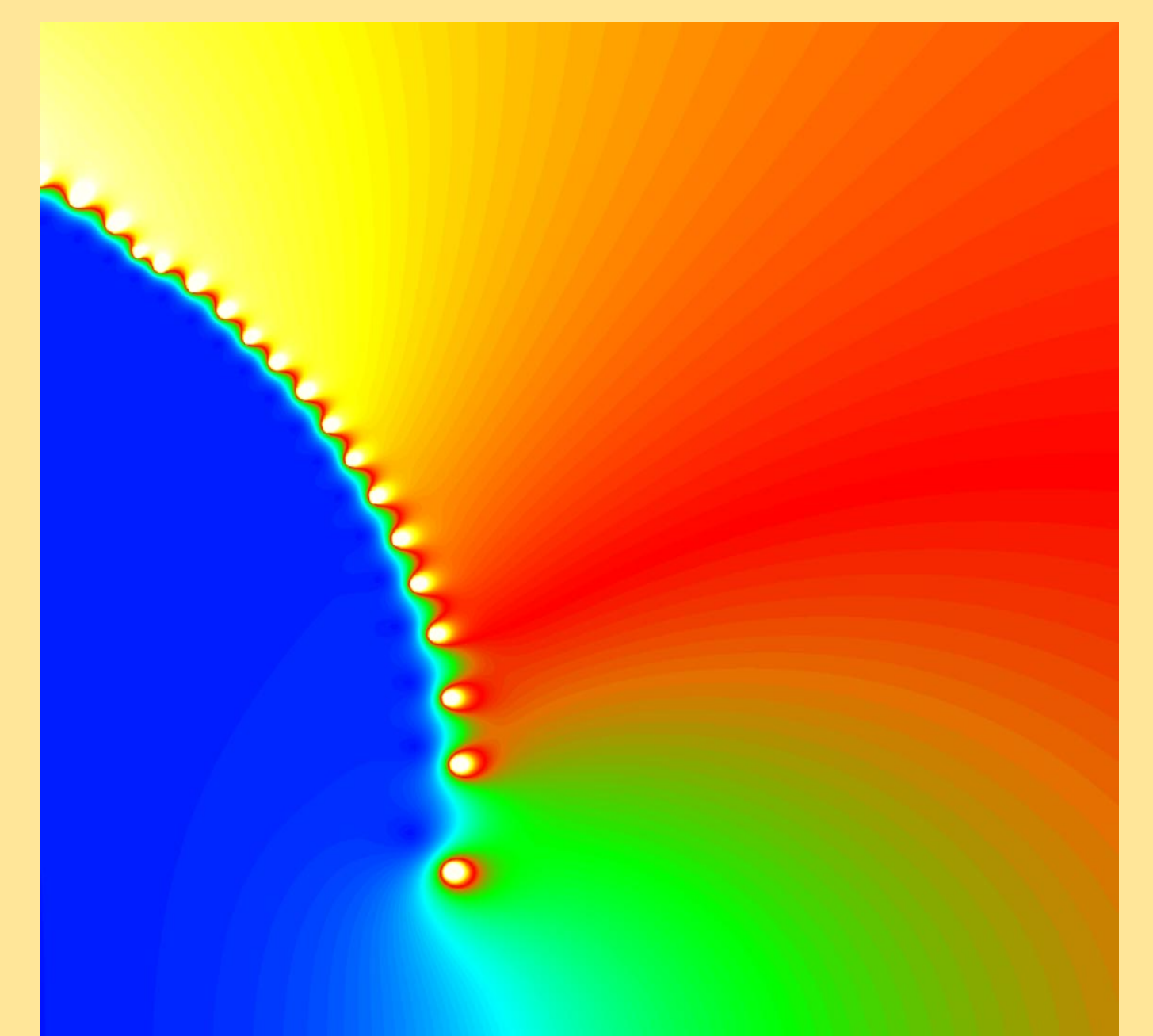
Ausgehend von der Besetzungswahrscheinlichkeit  $\eta_i$  ist es möglich die Dichteverteilung der Atome in der Falle zu berechnen, die dann mit den experimentellen Werten verglichen werden können. Die Zeile am unteren Ende zeigt theoretisch berechnete Dichteverteilung bei unterschiedlichen Temperaturen.

## Ziemlich komplex das ganze !

Um zu sagen, um was für einen Phasenübergang es sich handelt, haben wir ein Schema entworfen, mit dem sich dies sehr genau feststellen läßt. Hierzu wird die in der schon erwähnten Zustandssumme auftauchende Temperatur T in die komplexe Ebene fortgesetzt, so daß aus der reellen Größe  $\beta = 1/T$  die komplexe Größe  $\beta + i\tau$  wird.

Phasenübergänge zeichnen sich z.B. in Bose-Einstein Kondensaten durch scharfe Peaks in der spezifischen Wärme aus. Solche Peaks treten genau dann auf, wenn die Zustandssumme gleich Null wird, da sich die physikalischen Größen aus den Ableitungen des Logarithmus der Zustandssumme ergeben.

Da die Erweiterung der Temperatur ins Komplexe nur ein Hilfsmittel ist, interessieren wir uns nur für den Bereich in der Nähe der reellen Achse. Läßt sich eine Verteilung von Nullstellen finden, die sich der reellen Achse nähert, schliessen wir auf einen Phasenübergang. Je nachdem, wie die Art dieser Verteilung ist, d.h. ob die einzelnen Nullstellen den gleichen Abstand behalten oder etwa näher zusammenrücken, können wir sagen, wie „stark“ der Phasenübergang ist.



Das Bild zeigt nun die Nullstellen der Zustandssumme für ein Bose-Einstein Kondensat aus 40 Teilchen, die hellen Punkte entsprechen den Nullstellen. Mit Hilfe solcher Bilder und einer Analyse der Verteilung der Nullstellen wird der Phasenübergang in diesem speziellen System als „schwach“ eingestuft.

